

Câu 1 (2,5 điểm)

Tìm tập xác định của các hàm số

1) $y = \frac{x+1}{x-1}$

2) $y = \sqrt{3x-5}$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = -x^2 - 2x + 3$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (P) hàm số (1).

2) Tìm m để đường thẳng $d: y = (2m-2)x + 4$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Câu 3 (1,5 điểm)

Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x - y = m+1 \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases} (*)$.

1) Giải hệ phương trình (*) khi $m = 2$.

2) Tìm m để hệ phương trình (*) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho $S = x + y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4 (3,0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;3), B(3;1), C(5;5)$.

1) Tìm tọa độ trung điểm các đoạn thẳng AB, BC .

2) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

3) Chứng minh rằng với mọi điểm M, N ta luôn tìm được ba số x, y, z sao cho

$$\overrightarrow{NM} = x\overrightarrow{NA} + y\overrightarrow{NB} + z\overrightarrow{NC} \text{ và } x + y + z = 1.$$

Câu 5 (1,0 điểm)

Tìm m để phương trình $x^2 - x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho

$$(x_1^2 + x_2 + m)(x_2^2 + x_1 + m) = m^2 - m - 1$$

----- HẾT -----

(Đề gồm có 01 trang)

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Câu	Đáp án	Điểm
1.1		
	Điều kiện có nghĩa: $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.	1
	Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.	0,5
1.2		
	Điều kiện có nghĩa: $3x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{3}$.	0,5
	Tập xác định của hàm số: $D = \left[\frac{5}{3}; +\infty\right)$.	0,5
2.1		
	<ul style="list-style-type: none"> * TXĐ: $D = \mathbb{R}$ * Sự biến thiên - Hàm số nghịch biến trên $(-1; +\infty)$, đồng biến trên $(-\infty; -1)$. - Bảng biến thiên: 	0,5
		0,5
	<p>Đồ thị hàm số là một Parabol có:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Đỉnh $I(-1; 4)$. - Trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$ - Giao điểm với trục tung: $A(0; 3)$ - Giao điểm với trục hoành: $B(1; 0); C(-3; 0)$ 	0,5
		0,5
2.2		
	<p>Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 + 2mx + 1 = 0$ (2).</p> <p>$\Delta' = m^2 - 1$.</p> <p>d cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm phân biệt.</p>	0,5
	$\Leftrightarrow m^2 \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$	0,5
3.1		
	<p>Với $m = 2$ ta được $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{3}{4} \end{cases}$</p>	0,5
3.2		

	$\begin{cases} (m+1)x - y = m+1 & (1) \\ x + (m-1)y = 2 & (2) \end{cases}$ <p>(1) $\Leftrightarrow y = (m+1)x - m - 1$ thay vào (2) ta được</p> $x + (m^2 - 1)x - m^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow m^2x = m^2 + 1 \quad (3).$ <p>Hệ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi (3) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m \neq 0$.</p>	0,5
	<p>Khi đó, $x = \frac{m^2 + 1}{m^2}$; $y = \frac{m+1}{m^2}$</p> $\Rightarrow S = \frac{m^2 + m + 2}{m^2} = \frac{2}{m^2} + \frac{1}{m} + 1 = \left(\frac{2}{m^2} + \frac{1}{m} + \frac{1}{8}\right) + \frac{7}{8} = 2\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} \geq \frac{7}{8}.$ <p>Vậy S nhỏ nhất khi và chỉ khi $m = -4$.</p>	0,5
4.1		1,0
	Tọa độ trung điểm của AB là $I(2;2)$.	0,5
	Tọa độ trung điểm của BC là $J(4;3)$.	0,5
4.2		1,0
	Ta có $\overline{AB}(2;-2)$.	0,5
	Gọi tọa độ điểm $D(a;b) \Rightarrow \overline{DC} = (5-a;5-b)$.	0,5
	$ABCD$ là hình bình hành khi $\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-a=2 \\ 5-b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=7 \end{cases}$	0,5
4.3		1,0
	Vì hai vector $\overline{CA}, \overline{CB}$ không cùng phương nên tồn tại các số x, y sao cho	0,5
	$\overline{CM} = x\overline{CA} + y\overline{CB} \quad (4)$ với mọi điểm M .	0,5
	Với mọi điểm N ta có	0,5
	$(4) \Leftrightarrow \overline{NM} - \overline{NC} = x(\overline{NA} - \overline{NC}) + y(\overline{NB} - \overline{NC})$	0,5
	$\Leftrightarrow \overline{NM} = x\overline{NA} + y\overline{NB} + (1-x-y)\overline{NC}$	0,5
	Đặt $z = 1-x-y$ ta được x, y, z là ba số thỏa mãn bài toán.	0,5
5		1,0
	$x^2 - x + m = 0 \quad (5)$.	0,5
	(5) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 1 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$.	0,5
	Áp dụng định lí Viét, $x_1 + x_2 = 1$.	0,5
	Ta lại có $x_1^2 - x_1 + m = 0, x_2^2 - x_2 + m = 0 \Rightarrow x_1^2 + m = x_1, x_2^2 + m = x_2$.	0,5
	Do đó, $(x_1^2 + x_2 + m)(x_2^2 + x_1 + m) = m^2 - m - 1$	0,5
	$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = m^2 - m - 1 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 & (t/m) \\ m = 2 & (loại) \end{cases}$	0,5
	Từ đó, tìm được $m = -1$.	0,5